本科教学工作之课堂教学质量提升研讨活动

数学科学学院

山东省 . 曲阜师范大学

2022年8月28日

几个提醒

1. 开学第一课；

几个提醒

1. 开学第一课；
2. 教学秩序(调停课、“四零”课堂建设)；

几个提醒

1. 开学第一课；
2. 教学秩序(调停课、“四零”课堂建设)；
3. 最新的培养方案(教学大纲定稿)；

几个提醒

1. 开学第一课；
2. 教学秩序(调停课、“四零”课堂建设)；
3. 最新的培养方案(教学大纲定稿)；
4. 教育部本科毕业论文抽查。

1. 招生类别和学校定位；

1. 招生类别和学校定位；
2. 学情；

1. 招生类别和学校定位；
2. 学情；
3. 历史传统和优势；

课堂教学质量研讨——新形势

1. 招生类别和学校定位；
2. 学情；
3. 历史传统和优势；
4. 考研率下降，人才培养出口压力变大；

课堂教学质量研讨——新形势

1. 招生类别和学校定位；
2. 学情；
3. 历史传统和优势；
4. 考研率下降，人才培养出口压力变大；
5. 数学院的教师课堂教学质量情况(行评、督评、生评(包括学生信息员评价)、录评)；

课堂教学质量研讨——新形势

1. 招生类别和学校定位；
2. 学情；
3. 历史传统和优势；
4. 考研率下降，人才培养出口压力变大；
5. 数学院的教师课堂教学质量情况(行评、督评、生评(包括学生信息员评价)、录评)；
6. 多媒体副作用；

课堂教学质量研讨——新形势

1. 招生类别和学校定位；
2. 学情；
3. 历史传统和优势；
4. 考研率下降，人才培养出口压力变大；
5. 数学院的教师课堂教学质量情况(行评、督评、生评(包括学生信息员评价)、录评)；
6. 多媒体副作用；
7. 意识形态+师德师风。

课堂教学质量研讨——要求

1. “四零”课堂建设(零手机、零缺勤、零作弊、零教学事故[意识形态问题、热点话题、无关话题等]);

1. “四零”课堂建设(零手机、零缺勤、零作弊、零教学事故[意识形态问题、热点话题、无关话题等]);
2. 作业批改(每周至少一次作业，每次至少要批改三分之一);

课堂教学质量研讨——要求

1. “四零”课堂建设(零手机、零缺勤、零作弊、零教学事故[意识形态问题、热点话题、无关话题等]);
2. 作业批改(每周至少一次作业，每次至少要批改三分之一);
3. 辅导;

课堂教学质量研讨——要求

1. “四零”课堂建设(零手机、零缺勤、零作弊、零教学事故[意识形态问题、热点话题、无关话题等]);
2. 作业批改(每周至少一次作业，每次至少要批改三分之一);
3. 辅导;
4. 科学处理传统和现代教学手段的关系。

♠ 适当的背景引入(已有知识、生活、几何、物理等等);

课堂教学质量研讨——课堂教学建议

♠ 适当的背景引入(已有知识、生活、几何、物理等等)；

♠ 问题导向，问题串设疑，课堂互动，调动学生好奇心，体验成就感；

♠ 适当的背景引入(已有知识、生活、几何、物理等等);

♠ 问题导向，问题串设疑，课堂互动，调动学生好奇心，体验成就感;

♠ **讲清楚“所以然”，让知识发展自然流畅、水到渠成;**

课堂教学质量研讨——课堂教学建议

♠ 适当的背景引入(已有知识、生活、几何、物理等等)；

♠ 问题导向，问题串设疑，课堂互动，调动学生好奇心，体验成就感；

♠ **讲清楚“所以然”，让知识发展自然流畅、水到渠成；**

♠ 规范完整板书过程，帮助学生熟练掌握数学语言；

♠ 适当的背景引入(已有知识、生活、几何、物理等等)；

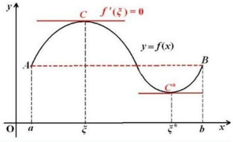
♠ 问题导向，问题串设疑，课堂互动，调动学生好奇心，体验成就感；

♠ **讲清楚“所以然”，让知识发展自然流畅、水到渠成；**

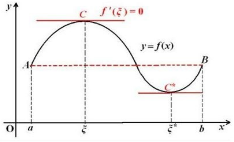
♠ 规范完整板书过程, 帮助学生熟练掌握数学语言；

♠ 恰当的升华总结以及不违和的课堂思政(数学思想、创新和应用意识、科学精神)。

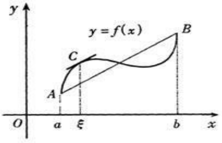
Example 1—Lagrange中值定理-1

♠ Rolle定理：

，其几何意义就是曲线端点连线，或者x轴，上下平行移动可以得到一条切线，自然问一般的曲线是否都可以？

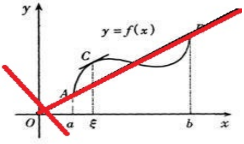
♠ Rolle定理： 

，其几何意义就是曲线端点连线，或者x轴，上下平行移动可以得到一条切线，自然问一般的曲线是否都可以？

♠ Lagrange中值定理: 

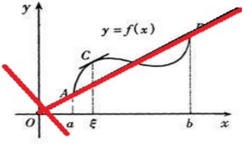
，其证明课本上直接给出了辅助函数$F(x)=f(x)-[f(a)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)]$，但是其构造的思考过程根据需要教师引导。

♠ 本质上，把Lagrange中值定理描述的图象中的坐标系旋转一下，使得新的横轴与曲线端点连线重合就回到了已知的Rolle的情形，如图所示：



Example 1—Lagrange中值定理-2

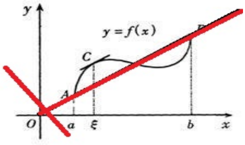
♠ 本质上，把Lagrange中值定理描述的图象中的坐标系旋转一下，使得新的横轴与曲线端点连线重合就回到了已知的Rolle的情形，如图所示：



♠ 如何完成上述坐标旋转？中学的基础就能知道利用两个函数做差的几何意义即可。所以构造一个新函数$F(x)$，它是$f(x)$和直线AB确定的一次函数$f(a)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$的差，这样就$f$的图象躺平但是几何性质不变，转化为Rolle定理。

Example 1—Lagrange中值定理-2

♠ 本质上，把Lagrange中值定理描述的图象中的坐标系旋转一下，使得新的横轴与曲线端点连线重合就回到了已知的Rolle的情形，如图所示：



♠ 如何完成上述坐标旋转？中学的基础就能知道利用两个函数做差的几何意义即可。所以构造一个新函数$F(x)$，它是$f(x)$和直线AB确定的一次函数$f(a)+\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$的差，这样就$f$的图象躺平但是几何性质不变，转化为Rolle定理。

♠ 可以进一步总结上述两个定理的几何意义，去掉坐标系这个工具，都是在描述曲线自身的一个几何性质，然后可以从非参数曲线到参数曲线，柯西中值定理也就自然出来了。

Example 2—矩阵的逆

♠ 引入很自然，矩阵的四则运算除了除法都已经学习了，自然会问矩阵是否有除法运算，类比数的除法给出定义很自然。

Example 2—矩阵的逆

♠ 引入很自然，矩阵的四则运算除了除法都已经学习了，自然会问矩阵是否有除法运算，类比数的除法给出定义很自然。

♠ 重要性不言而喻，唯一性也比较简单，怎么求？教材中直接给出$B = \frac{A^*}{|A|}$，然后计算发现B就是矩阵A的逆矩阵。

Example 2—矩阵的逆

♠ 引入很自然，矩阵的四则运算除了除法都已经学习了，自然会问矩阵是否有除法运算，类比数的除法给出定义很自然。

♠ 重要性不言而喻，唯一性也比较简单，怎么求？教材中直接给出$B=\frac{A^*}{|A|}$，然后计算发现B就是矩阵A的逆矩阵。

♠ 上面的讲法就是按照教材的处理，但是这个逆矩阵出来不自然，技巧性很强。如果把矩阵B满足的条件$AB=E$转化为求解n个方程组，比如求解第一、二列时考虑非齐次线性方程组

$$A\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix},\quad A\begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ \vdots \\ b_{n2} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix},$$

则显得水到渠成，也呼应了前面的Cramer法则。

♠ 引入很自然，矩阵的四则运算除了除法都已经学习了，自然会问矩阵是否有除法运算，类比数的除法给出定义很自然。

♠ 重要性不言而喻，唯一性也比较简单，怎么求？教材中直接给出$B=\frac{A^*}{|A|}$，然后计算发现B就是矩阵A的逆矩阵。

♠ 上面的讲法就是按照教材的处理，但是这个逆矩阵出来不自然，技巧性很强。如果把矩阵B满足的条件$AB=E$转化为求解n个方程组，比如求解第一、二列时考虑非齐次线性方程组

$$A\begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \vdots \\ b_{n1} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix},\quad A\begin{pmatrix} b_{12} \\ b_{22} \\ \vdots \\ b_{n2} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix},$$

则显得水到渠成，也呼应了前面的Cramer法则。

♠ 处理办法不唯一，但尽量让思维别有太大的跳跃。

Riesz表示定理: H是Hilbert空间，$f \in H^*$，则存在唯一的$z \in H$，使得$f(x) =< x, z >$对任意的$x \in H$成立。

♠ 刻画线性空间的对偶空间是一个基本、重要而且有难度的问题，比如熟知的$(L^p)^* = L^q$, $(C[a, b])^* = V[a, b]$等等，能够刻画清楚的不是很多。Hilbert空间作为一类结构更好的线性空间，自然希望其对偶空间刻画起来更简单。

Riesz表示定理: H是Hilbert空间，$f \in H^*$，则存在唯一的$z \in H$，使得$f(x) =< x, z >$对任意的$x \in H$成立。

♠ 刻画线性空间的对偶空间是一个基本、重要而且有难度的问题，比如熟知的$(L^p)^* = L^q, (C[a, b])^* = V[a, b]$等等，能够刻画清楚的不是很多。Hilbert空间作为一类结构更好的线性空间，自然希望其对偶空间刻画起来更简单。

♠ Riesz表示定理断言：$H^* = H$。

Riesz表示定理: H是Hilbert空间，$f \in H^*$，则存在唯一的$z \in H$，使得$f(x) =< x, z >$对任意的$x \in H$成立。

♠ 刻画线性空间的对偶空间是一个基本、重要而且有难度的问题，比如熟知的$(L^p)^* = L^q$, $(C[a, b])^* = V[a, b]$等等，能够刻画清楚的不是很多。Hilbert空间作为一类结构更好的线性空间，自然希望其对偶空间刻画起来更简单。

♠ Riesz表示定理断言：$H^* = H$。

♠ 怎么证明？教材上这样处理：$f \equiv 0$则直接取$z = 0$，否则在$ker(f)^{\perp}$中取了一个非零元素z_0, 然后对任意的$x \in H$，令$v = f(x)z_0 - f(z_0)x$, 则$v \in ker(f)$, 然后利用$< v, z_0 >= 0$即可证明。

Riesz表示定理: H是Hilbert空间，$f \in H^*$，则存在唯一的$z \in H$，使得$f(x) = < x, z >$对任意的$x \in H$成立。

♠ 刻画线性空间的对偶空间是一个基本、重要而且有难度的问题，比如熟知的$(L^p)^* = L^q, (C[a, b])^* = V[a, b]$等等，能够刻画清楚的不是很多。Hilbert空间作为一类结构更好的线性空间，自然希望其对偶空间刻画起来更简单。

♠ Riesz表示定理断言：$H^* = H$。

♠ 怎么证明？教材上这样处理：$f \equiv 0$则直接取$z = 0$，否则在$ker(f)^{\perp}$中取了一个非零元素z_0, 然后对任意的$x \in H$，令$v = f(x)z_0 - f(z_0)x$, 则$v \in ker(f)$, 然后利用$< v, z_0 >= 0$即可证明。

♠ 为什么会想到取$v = f(x)z_0 - f(z_0)x$？这个如果讲不出来，学生会觉得思路太魔术了。

Example 3—Riesz表示定理-2

♠ 一个处理方法：先从最简单的R^3看起，其上的线性函数就是形如$f(x) = ax_1 + bx_2 + cx_3 =< (a, b, c), (x_1, x_2, x_3) >$的形式，$(a, b, c)$则是平面$\pi$： $ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0$的法向量，也就是$ker(f)$的法向量。

Example 3—Riesz表示定理-2

♠ 一个处理方法：先从最简单的R^3看起，其上的线性函数就是形如$f(x) = ax_1 + bx_2 + cx_3 =< (a, b, c), (x_1, x_2, x_3) >$的形式，$(a, b, c)$则是平面$\pi$： $ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0$的法向量，也就是$ker(f)$的法向量。

搞清楚这个关系后，要证明定理，相当于在H中寻找$ker(f)$ 的法向(适当伸缩)z.

Example 3—Riesz表示定理-2

♠ 一个处理方法：先从最简单的R^3看起，其上的线性函数就是形如$f(x)=ax_1+bx_2+cx_3=<(a,b,c),(x_1,x_2,x_3)>$的形式，$(a,b,c)$则是平面$\pi: \ ax_1+bx_2+cx_3=0$的法向量，也就是$ker(f)$的法向量。

搞清楚这个关系后，要证明定理，相当于在H中寻找$ker(f)$ 的法向(适当伸缩)z.

由于$H=ker(f)\oplus ker(f)^{\perp}$，我们把$x$分解为$x=x^{\top}+\alpha z_0$，由于切向部分$x^{\top}\in ker(f)$，所以$f(x^{\top})=0$，即：$f(x-\alpha z_0)=0$，这样就得到$\alpha=\frac{f(x)}{f(z_0)}$. 这样就可以看出为什么教材上选了这个$v$了。

Example 3—Riesz表示定理-2

♠ 一个处理方法：先从最简单的R^3看起，其上的线性函数就是形如$f(x) = ax_1 + bx_2 + cx_3 =< (a, b, c), (x_1, x_2, x_3) >$的形式，$(a, b, c)$则是平面$\pi : \ ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0$的法向量，也就是$ker(f)$的法向量。

搞清楚这个关系后，要证明定理，相当于在H中寻找$ker(f)$ 的法向(适当伸缩)z.

由于$H = ker(f) \oplus ker(f)^{\perp}$，我们把$x$分解为$x = x^{\top} + \alpha z_0$，由于切向部分$x^{\top} \in ker(f)$，所以$f(x^{\top}) = 0$，即：$f(x - \alpha z_0) = 0$，这样就得到$\alpha = \frac{f(x)}{f(z_0)}$. 这样就可以看出为什么教材上选了这个$v$了。

♠ 处理方式可以有很多，但是至少要让学生觉得这个辅助向量v的选取是自然的、水到渠成的。

Example 4—子空间拓扑和商拓扑-1

♠ 已知一个拓扑空间$(X, \mathfrak{T})$，怎么构造新的拓扑空间？利用子集或者X上等价关系产生的商集是两种自然的想法，就是在子集或者商集上给予合适的拓扑，使他们成为“好的”拓扑空间。

Example 4—子空间拓扑和商拓扑-1

♠ 已知一个拓扑空间$(X, \mathfrak{T})$，怎么构造新的拓扑空间？利用子集或者X上等价关系产生的商集是两种自然的想法，就是在子集或者商集上给予合适的拓扑，使他们成为“好的”拓扑空间。

♠ $A \subset X$, 伴随着一个集合之间自然的内射$i : A \to X$, 从拓扑学角度讲，希望这个内射是连续的是一个基本而自然的要求，这就需要给子集A一个拓扑，使之成为一个拓扑空间。

Example 4—子空间拓扑和商拓扑-1

♠ 已知一个拓扑空间$(X, \mathfrak{T})$，怎么构造新的拓扑空间？利用子集或者X上等价关系产生的商集是两种自然的想法，就是在子集或者商集上给予合适的拓扑，使他们成为“好的”拓扑空间。

♠ $A \subset X$, 伴随着一个集合之间自然的内射$i : A \to X$, 从拓扑学角度讲，希望这个内射是连续的是一个基本而自然的要求，这就需要给子集A一个拓扑，使之成为一个拓扑空间。

由于连续的定义是“任何开集的原象是开集”，所以，A中开集越多，这个映射连续的可能性越大，如果A上给予离散拓扑，则一定连续，所以这样的拓扑是存在的，存在后我们自然要求最优，这样就转化为“寻找使得内射$i : A \to X$连续的A上的最小的拓扑”，这就是子空间拓扑。这样比直接给出子空间拓扑的定义显得更自然些。

Example 4—子空间拓扑和商拓扑-2

♠ 商集则伴随着一个典范投射$P : X \to X/\sim$, 临时这里右侧商集$X/\sim$上没有拓扑，需要我们定义。分析发现上面的开集越少，这个映射连续的可能性越大。如果$X/\sim$上给予平凡拓扑，则一定连续。然后问题就转化为最优问题——“寻找使得典范投射$P : X \to X/\sim$ 连续的$X/\sim$ 上的最大的拓扑”，这就是商空间拓扑。

共 勉!